

文章编号: 1000-7598-(2007) 增刊-0371-04

交叉裂隙渗流无网格法初探

李晓春^{1, 2}, 陈剑平¹, 石丙飞¹, 范建华¹

(1. 吉林大学 建设工程学院, 长春 130026; 2. 中国地质调查院水环司, 北京 100011)

摘要: 作为两相介质的裂隙岩体, 裂隙渗流是岩体渗流的主体。由于岩体的网状裂隙用传统的方法难以模拟复杂裂隙系统的水流特征。为此, 基于岩体随机裂隙三维网络数值模拟, 提取裂隙二维网络, 并试用基于移动最小二乘近似的最小二乘法之无网格法来模拟岩体中交叉裂隙的渗流规律, 通过自行编制的程序进行了简单示例与工程实例的试算, 获得了较好的模拟结果, 证实了无网格法模拟岩体裂隙流的可行性。

关键词: 渗流; 交叉裂隙; 最小二乘法; 无网格法

中图分类号: O 357.3

文献标识码: A

A study on the meshless method on seepage of intersected fractures

LI Xiao-chun^{1,2}, CHEN Jian-ping¹, SHI Bin-fei¹, FAN Jian-hua¹

(1. College of Construction Engineering, Jilin University, Changchun 130026, China;

2. Department of Hydrogeology and Environmental Geology, China Geology Survey, Beijing 100011, China)

Abstract: There are two types of seepage media in the fractured rock mass, the main seepage part is the seepages through the discontinuities. It is very difficult to simulate the seepage characteristics of the intersected fractures in the network like in the fractured rock mass according to the conventional method. Therefore, the basic idea to simulate the seepage law of the intersected fractures is to get the two dimensional fractures network from three-dimensional random discontinuities numerical network model, applying meshless method based on the least-squares procedure which is moving approximately least-squares procedure, the test calculation is carried out by the program which is self written, a satisfying result is simulated, the feasibility of simulating the seepage law of intersected fractures by meshless method is proved.

Key words: seepage; intersected fractures; least-squares procedure; meshless method

1 引言

裂隙水在工程岩体稳定性评价中受到广泛的重视。实践表明, 基岩裂隙水是影响岩体稳定性的重要因素之一, 了解工程岩体中裂隙水的分布运移规律以及裂隙水作用于岩体力的作用大小, 才能有效地进行水-岩体的耦合作用研究^[1, 2]。已有的研究中主要采用几何分析和数值模拟方法, 这两种方法都存在着不足之处, 如几何分析法不能抛开裂隙的交切关系, 这一点很不容易实现。传统数值方法在离散过程中也需要考虑裂隙的空间位置, 前后处理都十分繁琐而使得数值网络模拟很难实现, 二者计算量

很大, 计算效率低, 因此传统的方法实际上很难了解对裂隙内水的运移规律。

近年发展起来的无网格法^[3-7], 有一个重要的特点, 即模拟只依赖于节点, 不依赖网络, 这就无需根据裂隙来离散整个研究区域, 因此无网格法为研究裂隙网络渗流提供了很好的方法。

目前将无网格法用于渗流研究的人很少, 只有曾清红、卢德唐^[8]在计算力学上发表过用于均质, 单源汇项, 对称模型的模拟, 张延军、王志忠^[9, 10]将无网格法用于两相孔隙介质中的研究, 这些研究仍与裂隙岩体的需要有一定距离。

本文在岩体裂隙三维网络数值模型^[11]的基础

收稿日期: 2006-06-18

基金项目: 国家自然科学基金面上项目资助(No. 40472136); 教育部资助优秀年轻教师基金项目(No. 120413133)。

作者简介: 李晓春, 男, 1977年生, 现任职于中国地质调查局水环部; 主要从事地质灾害防治。

论文联系人: 陈剑平, 男, 1957年生, 教授、博导, 主要从事环境工程地质、岩体力学的教学与科研。E-mail: chenjpqw@126.com。

上, 采用无网格法搜索岩体中的渗流通道, 并计算不连续面中的水头, 研究岩体中裂隙水的分布规律。

通过对比认为, 移动最小二乘近似的最小二乘法较适合复杂裂隙系统的渗流模拟, 根据无网格法的基本原理建立适合的网络岩体水力学模型。设定边界条件, 并对各裂隙边缘进行边界处理。关于无网格法的基本原理这里不作详细的介绍, 请参看相应的文献[11]。

2 岩体二维裂隙网络模型的构建

岩体裂隙网络模拟是一个十分复杂的过程, 对于岩体节理网络模拟方面已经较多的研究成果, 但主要是二维节理网络数值模拟和三维节理网络模拟。由于三维网络模拟技术较全面地考虑了在现场取样过程中节理迹长、间距、产状三者偏差的校正, 与概率分布密度函数的拟合研究还可以将三维网络数值模拟的结果与现场的实际情况进行对比和模型验证。因此, 岩体节理三维网络数值模拟技术^[11]具有较好的理论基础和较完整的技术体系。岩体节理三维网络数值模拟技术相对与二维网络模拟还有一个较好的特点, 即三维网络数值模型构成之后, 可以根据工程的实际需要三维空间中任意切割二维网络剖面, 并且在二维剖面的切割过程中具体的技术处理, 允许将那些与二维剖面近平行的节理以及对工程影响很小的节理剔除, 突出对工程岩体稳定性有影响的节理裂隙。

本文拟就岩体裂隙三维网络数值模型的基础上提取具有工程意义的二维网络数值模型。具体的方法这里不再介绍。为了说明二维网络的渗流特征, 这里选用了最具意义的交叉裂隙的模式进行研究。

3 裂隙二维网络渗流的无网格模拟

通过计算机三维网络模拟技术, 构筑岩体统计学模型, 因而对岩体内裂隙情况有了直观地认识, 并获得剖面上裂隙分布的二维信息。裂隙网络岩体的水力学研究是通过确定裂隙空间位置, 构筑有效的网络系统, 并忽略岩体导水情况, 建立裂隙导水的数学模型, 给出特定的边界条件, 进行裂隙网络渗流模拟, 但原有数值模拟方法并不能任意剖分网格处理随机的裂隙网络。

3.1 模型构筑

3.1.1 控制方程

在稳定渗流的情况下裂隙中渗流的控制方程和定解条件, 可以用下式表示:

$$\left. \begin{aligned} f(u) &= k \nabla^2 u(x) = 0, \quad x \in \Omega \\ u &= \bar{u}, \quad x \in \Gamma_1 \\ nk \nabla u(x) &= \bar{q}, \quad x \in \Gamma_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $u(x)$ 为水头; k 为渗透系数; Γ_1 为定水头边界; Γ_2 为流量边界 (在本文研究中, 取隔水边界); $\bar{u}$ 和 $\bar{q}$ 分别为 Γ_1 和 Γ_2 上给定的水头及流量; n 为相应边界的外法向矢量; Ω 为待求解区域。

这一方程描述了裂隙中水渗流的基本情况, 用来计算裂隙内各点水头, 流速可用下式表示:

$$\{v\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u(x)}{\partial x} \\ \frac{\partial u(x)}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

3.1.2 形函数构造

选用移动最小二乘近似, 对于 m 维基函数 $P(x)$, 形函数为

$$\left. \begin{aligned} N(x, x') &= P^T(x') A^{-1}(x) B(x); \\ A(x) &= P^T \Omega(x) P = \sum_{i=1}^n \omega(x - x_i) P(x_i) P(x_i)^T; \\ B(x) &= P^T \Omega(x) = \\ &[\omega(x - x_1) P(x_1), \omega(x - x_2) P(x_2), \dots, \omega(x - x_n) P(x_n)], \\ u(x) &= u^h(x) = u^h(x, x') \Big|_{x=x'} = N(x) u \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3.1.3 边界条件处理

使用移动最小二乘法是对控制方程与边界条件的一种逼近而不是插值, 边界条件不容易处理, 所以用移动最小二乘近似法时需要试探函数, 一般不满足第 2 类边界条件, 因此需要注意对本质边界条件进行特殊的处理。这里以加权最小二乘法为基础, 简述针对岩体裂隙网络渗流控制方程与边界条件的罚函数^[12]构造方法。

定水头边界条件是水头的 Dirichlet 边界条件, 将水头边界条件以罚函数形式引入。由于流量边界条件是水头的 Newman 边界条件, 所以将流量边界条件变换为水头边界条件引入, 有

$$\delta \Pi(u) = \int_{\Omega} \omega k \nabla^2 u(x) d\Omega + \alpha \int_{\Gamma_1} \bar{\omega} (u - \bar{u}) d\Gamma + \beta \int_{\Gamma_2} \bar{\omega} (nk \nabla u(x) - \bar{q}) d\Gamma \quad (4)$$

式中: ω 与 $\bar{\omega}$ 为检验函数; α 和 β 为罚函数, 对于各向同性问题, $\alpha = \beta k^2$ 。

3.1.4 控制方程离散

针对控制方程和边界条件式(1)并引入罚函数式(4), 引用泛函的加权平方和通过最小二乘法消除残量, 并引入形函数, 得

$$\left. \begin{aligned} \delta \Pi(u) &= \int_{\Omega} \delta u_j \mathbf{k} \nabla^2 N_j(x) [\mathbf{k} \nabla^2 N_l(x) u_l] d\Omega + \\ &\quad \alpha \int_{\Gamma_1} \delta u N_j(x) [N_l(x) u_l - \bar{u}] d\Gamma + \\ &\quad \beta \int_{\Gamma_2} \delta U_j \mathbf{n} \mathbf{k} \nabla N_j(x) [\mathbf{k} \nabla N_l(x) u_l - \bar{q}] d\Gamma = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

离散得:

$$\begin{aligned} K_{ij} &= \sum_{i=1}^N \mathbf{k} \nabla^2 N_j(x) [\mathbf{k} \nabla^2 N_l(x_i)] + \\ &\quad \alpha \sum_{i=1}^N N_j(x_i) [N_l(x_i)] + \beta \sum_{i=1}^N \mathbf{n} \mathbf{k} \nabla N_j(x_i) [\mathbf{k} \nabla N_l(x_i)] ; \\ P_i &= \alpha \sum_{i=1}^N N_j(x_i) \bar{u} + \beta \sum_{i=1}^N \mathbf{n} \mathbf{k} \nabla N_j(x_i) \bar{q} \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{k}$ 为 $N \times N$ 矩阵, 使用具有紧支性质的权函数 $\omega(x)$, k 具有带状稀疏特性; $\mathbf{u}$ 为 $N \times 1$ 矩阵; $\mathbf{P}$ 为 $N \times 1$ 矩阵。设 $\mathbf{r} = \mathbf{A}^{-1}(x) \mathbf{p}(x)$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} &= \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}(x)}{\partial x} \mathbf{p}(x) + \mathbf{A}^{-1}(x) \frac{\partial \mathbf{p}(x)}{\partial x}; \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y} &= \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}(x)}{\partial y} \mathbf{p}(x) + \mathbf{A}^{-1}(x) \frac{\partial \mathbf{p}(x)}{\partial y}; \\ \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \mathbf{A}^{-1}(x)}{\partial x^2} \mathbf{p}(x) + \mathbf{A}^{-1}(x) \frac{\partial^2 \mathbf{p}(x)}{\partial x^2} + \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}(x)}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{p}(x)}{\partial x}; \\ \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \mathbf{A}^{-1}(x)}{\partial y^2} \mathbf{p}(x) + \mathbf{A}^{-1}(x) \frac{\partial^2 \mathbf{p}(x)}{\partial y^2} + \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}(x)}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{p}(x)}{\partial y}; \\ \frac{\partial N(x)}{\partial x} &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} \right)^T \mathbf{B}(x) + \mathbf{r}^T \frac{\partial \mathbf{B}(x)}{\partial x}; \\ \frac{\partial N(x)}{\partial y} &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y} \right)^T \mathbf{B}(x) + \mathbf{r}^T \frac{\partial \mathbf{B}(x)}{\partial y}; \\ \frac{\partial^2 N(x)}{\partial x^2} &= \left(\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial x^2} \right)^T \mathbf{B}(x) + \mathbf{r}^T \frac{\partial^2 \mathbf{B}(x)}{\partial x^2} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{B}(x)}{\partial x}; \\ \frac{\partial^2 N(x)}{\partial y^2} &= \left(\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial y^2} \right)^T \mathbf{B}(x) + \mathbf{r}^T \frac{\partial^2 \mathbf{B}(x)}{\partial y^2} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{B}(x)}{\partial y} \end{aligned} \quad (6)$$

就可解得水头分布矩阵 $\mathbf{U} = \mathbf{K}/\mathbf{P}$ 。

3.2 基函数选择

对于只有拉普拉斯方程控制的渗流问题, 裂隙内水头的分布主要由渗透系数和裂隙端点的水头决定, 如果认为一条裂隙内渗透系数不变, 这条裂隙内水头从一个端点到另一个端点基本上呈线形变化

的, 这样就可以根据水头分布特点及移动最小二乘近似的一致性原则, 选取线形基作为模型构筑的基函数。即 $\mathbf{p}(x) = (1, x, y)^T$, $m = 3$ 。另外, 选择 3 次样条函数为权函数。

裂隙岩体是两相流介质, 相对与裂隙而言, 岩石的透水性是极小的, 岩体中渗流问题之根本就是研究裂隙的渗流。因此, 采用两排近平行节点表示裂隙的办法, 而在岩体的其他部位不予布点。

$m = 3$, 就要求节点周围至少有 3 个点。如果要在边界上节点的紧密支撑域内有 3 个节点存在, 须使紧支域半径大于 d_i , 为了克服裂隙与边界小角度相交时相邻节点位置过远的问题, 最好应令紧密支撑域半径大于 $2^{1/2} d_i$ 。

对于同时构造岩体节点与裂隙节点的布点方式, 可以在给岩体内节点赋予权 $2^{1/2} d_i / d_{mi}^{1/2}$, 赋予权 $2^{1/2} d_i / d_{ci}^{1/2}$, 设权为 L 。A、B 两点间的计算距离 r_a 为两点距离 R 的加权值, 即 $r_a = L_A L_B R$, 这样就能尽可能隔离裂隙节点与岩体节点, 使得计算结果更加精确。

4 算例验证

无网格法能否应用于岩体裂隙网络渗流模拟, 需要经过算例的验证。本文从简单算例出发, 构造二维裂隙的各种可能展布与相交方式, 从而验证无网格法在二维岩体裂隙网络渗流模拟中的可行性。笔者根据岩体裂隙交叉关系总结了 12 种裂隙交切关系, 现以图 1 所示的裂隙交接方式为例说明无单元法计算的可行性。

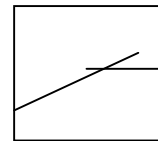


图 1 裂隙交叉模型

Fig.1 Model of intersected fractures

边界条件为支撑域半径为 $1.5 L d_i$, 罚函数 α 和 β 暂取 $1 \times 10^6 k^2$ 和 1×10^6 。设置 50×50 区域, 左右边界为定水头边界, $u_{左} = 20$, $u_{右} = 50$ (单位任意, 图 2 中数字单位与定水头边界相同), 上下边界为隔水边界, $q = 0$ 。模型中取裂隙渗透系数 $k_1 = 80$, 岩体渗透系数 $k_2 = 0.1$, 隔离层渗透系数 $k_3 = 30$ 。

采用自制的程序, 根据上述的边界条件, 计算岩体内部的水头分布规律, 计算结果如图 2 所示, z 轴坐标为裂隙内水头大小, xy 平面为裂隙分布情

况, 图中条带状物为以两排节点所代表的裂隙。由图 2 可见, 岩体边界上的水头与所给的边界条件是一致的, 而岩体内部的水头特点是裂隙处水头明显比周围的水头要高的多。并且分布的特点是由高水头向低水头处有渐变的梯度规律, 这与实际情况是一致的。因此, 说采用无网格法来获取裂隙岩体中裂隙水的分布规律是可行的。

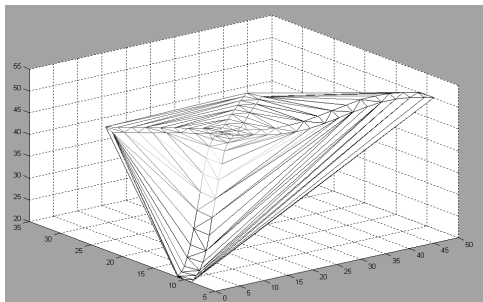


图 2 交叉裂隙模型水头分布规律
Fig.2 Hydraulic head distribution law of intersected fractures model

5 结 论

(1) 模型构筑过程中可以选取拉普拉斯方程, 作为网络裂隙流模拟的控制方程, 并引入 Newman 边界条件和 Dirichlet 边界条件, 边界条件可以用罚函数法引入。构造紧支权函数时, 可以采用三阶样条函数形式, 但为增加节点间联系, 可以将紧支区域内各点计算得到得影响半径缩小 1/2 来计算权函数, 以获得更好的模拟效果。使用最小二乘法构造控制方程的泛函以后, 可以通过最小二乘定义, 直接将积分形式写为离散形式, 因而这种离散方法完全摆脱了网格的依赖, 可以在任意位置布点。根据裂隙内水头分布一般特点, 选择一阶基函数作为模型构筑基础。

(2) 无网格法因使用的近似函数及离散方式不同而不同, 使用最小二乘近似函数并使用最小二乘方式离散控制方程, 比较适合岩体网络裂隙流的研究, 计算精度较高。而借助积分网格的方法与配点法均不适合裂隙网络渗流的模拟。

(3) 无网格法可以应用于裂隙网络渗流模拟, 并能取得良好效果。

参 考 文 献

- [1] 仵彦卿, 张倬元. 岩体水力学导论 (第一版) [M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1995.
- [2] 田开铭, 万力. 各向异性裂隙介质渗透性的研究与评价 [M]. 北京: 学苑出版社, 1989.
- [3] 张雄, 宋康祖, 陆明万. 无网格法的研究进展及其应用

- [J]. 计算力学学报, 2003, 20 (6): 730—742.
- ZHANG Xiong, SONG Kang-zhu, LU Min-wan. Research progress and application of meshless method[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2005, 20(6): 730—742.
- [4] Atluri S N, Shen S. The Meshless local Petrov-Galerkin(MPLG) Method(Science Press)[M]. Georgia: Teck, 2002.
- [5] Atluri S N. The Meshless Method (MPLG) for Domain & BIE discretizations(Science Press)[M]. Georgia: Teck, 2004.
- [6] G.R.Liu. Mesh free method: moving beyond the finite element method[M]. New York: CRC PrI Llc., 2002.
- [7] 周维垣, 寇晓东. 无单元法及其工程应用[J]. 力学学报, 1998, 30(2): 193—201.
- ZHOU Wei-yuan, KOU Xiao-dong. Meshless Method and its engineering application[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 1998, 30(2): 193—201.
- [8] 曾清红, 卢德唐, 齐岩, 等. 无网格方法求解稳定渗流问题[J]. 计算力学学报, 2003, 20(4): 440—445
- ZHENG Qing-hong, LU De-tang, QI Yan, et al. Solving steady fluid flow problems in porous media with meshless method[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2003, 20 (04): 440—445.
- [9] 王恩志, 王洪涛, 孙役. 三维裂隙网络渗流数值模型研究[J]. 工程力学, 1997, 2(增): 520—525.
- WANG En-zhi, WANG Hong-tao, SUN Yi. Numerical model study of three-dimensional fracture network[J]. **Engineering Mechanics**, 1997, 2(Supp.1): 520—525.
- [10] 王恩志. 岩体裂隙的网络分析及渗流模型[J]. 岩石力学与工程学报, 1993, 12(3): 214—221.
- WANG En-zhi. Network Analysis and Seepage Flow Model of Fractured Rockmass[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1993, 12(3): 214—221.
- [11] 陈剑平. 岩体随机不连续面三维网络数值模拟技术[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 397—402.
- CHEN Jian-ping. 3-D network numerical modeling technique for random discontinuities of rock mass[J]. **Chinese of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(4): 397—402.
- [12] 周晓阳, 施保昌. 广义精确可微罚函数[J]. 应用数学, 1996, 9 (2): 136—141.
- ZHOU Xiao-yang, SI Bao-chan. Generalized differential exact penalty function[J]. **Mathematical Application**, 1996, 9(2): 136—141.
- [13] 宋晓晨, 徐卫亚. 裂隙岩体渗流概念模型研究[J]. 岩土力学, 2004, 2 (25): 226—232.
- SONG Xiao-chen, XU Wei-ya. A study on conceptual models of fluid flow in fractured rock[J]. **Rock and Soil Mechanics**. 2004, 2(25): 226—232.